

Imię i nazwisko Data

1. Mirek przygotowuje kostki lodu na nadchodzące lato. Jego foremki do lodu są prostopadłościanami. Długości krawędzi tego prostopadłościanu to trzy najmniejsze nieparzyste liczby naturalne, wyrażone w centymetrach. Do każdej ze swoich foremek Mirek nalewa $\frac{2}{3}$ objętości. Wiedząc, że Mirek przygotował do użycia 1500cm^3 wody, ile kostek lodu uda mu się zrobić?

-
2. W ogólnopolskim konkursie matematycznym wystartowało 2026 uczniów, a jednym z nich był Olek. Które miejsce w konkursie zajął Olek, jeżeli wiemy, że osób, które otrzymało gorszy wynik od niego jest cztery razy więcej niż osób, które uzyskały wynik lepszy od niego?

-
3. W klasie sportowej jest 36 uczniów i każdy z nich trenuje bieganie, pływanie bądź judo. Dwóch uczniów trenuje wszystkie trzy dyscypliny. Judo i bieganie trenuje czterech uczniów. Dziesięciu uczniów trenujących pływanie nie zajmuje się bieganiem. Pięciu uczniów uprawia pływanie i judo. Bieganie trenuje 19 uczniów. Bieganiem i pływaniem zajmuje się 8 uczniów. Ile jest uczniów w tej klasie, którzy trenują dokładnie jedną dyscyplinę sportową?

-
4. Rozwiąż układ równań, gdzie x, y, z są liczbami rzeczywistymi.

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ \sqrt{y} + \sqrt{z} = 4 \\ \sqrt{z} + \sqrt{x} = 5 \end{cases}$$

-
5. Wewnątrz trójkąta równoramiennego ABC , $AC = BC$, o kątach miary $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$. obrano punkt M taki, że $\sphericalangle MAB = 30^\circ$ oraz $\sphericalangle MBA = 10^\circ$. Na prostej AM , wewnątrz trójkąta, zaznaczono punkt N taki, że $\sphericalangle ABN = 30^\circ$. Oblicz miarę kąta $\sphericalangle BMC$.

-
6. Udowodnij, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb nieparzystych powiększona o 1 jest podzielna przez 12.

7. Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n ułamek $\frac{14n+3}{21n+4}$ jest nieskracalny.